

پروژه A: بازده R_a با احتمال p_a یا بازده صفر با احتمال p_b به دست دهد.
 پروژه B: بازده R_b با احتمال p_b یا بازده صفر با احتمال p_b به دست دهد.
 و $p_a > p_b$ است یعنی ریسک پروژه B بیشتر از ریسک پروژه A هست.

و سود مورد انتظار پروژه A یعنی $p_a R_a$ بزرگتر از سود مورد انتظار پروژه B

یعنی $p_b R_b$ باشد: $p_a R_a > p_b R_b$

اگر قرض گیرنده در پروژه A سرمایه گذاری کند، درآمد انتظاری وی با احتمال p_a برابر است با:

$$ETR_A = p_a [R_a - (1+r)L]$$

یعنی بازده منهای وام

که در آن TR درآمد کل حاصل از سرمایه گذاری در پروژه A است، R_a بازده پروژه A و

L مقدار وام قرض شده برای سرمایه گذاری در پروژه A با نرخ بهره r است.

هزینه سرمایه گذاری در پروژه A وثیقه C است و بنابراین هزینه مورد انتظار عبارت

$$(1-p_a)C$$

است از:

چون سرمایه گذاری در پروژه A دو نتیجه دارد: اول بازده R_a با احتمال p_a و دوم بازده صفر

با احتمال $(1-p_a)$ ، پس در صورتی که بازده پروژه صفر باشد، قرض گیرنده قادر به پرداخت وام

L نخواهد بود و وثیقه C را به احتمال $(1-p_a)$ از دست خواهد داد.

بنابراین سود انتظاری قرض گیرنده برای سرمایه گذاری در پروژه A عبارت است از:

$$E\pi_A = p_a [R_a - (1+r)L] - (1-p_a)C$$

به روشی مشابه سود مورد انتظار پروژه B عبارت است از:

$$E\pi_B = P_b [R_b - (1+r)L] - (1-P_a)C$$

بازده هر دو پروژه به نرخ بهره وام r بستگی دارد.

می توان سود انتظاری دو پروژه را از هم کم کرد:

$$P_a R_a - P_a (1+r)L - C + P_a C - P_b R_b + P_b (1+r)L + C - P_b C = E\pi_A - E\pi_B$$

$$P_a R_a - P_b R_b - [P_a - P_b](1+r)L + (P_a - P_b)C = E\pi_A - E\pi_B$$

$$\frac{P_a R_a - P_b R_b}{P_a - P_b} - (1+r)L + C = \frac{E\pi_A - E\pi_B}{P_a - P_b}$$

$$\frac{E\pi_A - E\pi_B}{P_a - P_b} = 0 \quad \text{اگر در این صورت} \quad \frac{P_a R_a - P_b R_b}{P_a - P_b} = -(1+r)L + C$$

یعنی سود انتظاری هر دو پروژه مساوی است:

$$E\pi_A = E\pi_B$$

یادآوری: عبارت $P_a - P_b \neq 0$ است، زیرا اگر $P_a = P_b$ باشد، چون $R_b > R_a$

است، پس پروژه B ترجیح داده می شود.

تحلیل عبارت طرف چپ $\frac{\Delta E\pi}{\Delta P}$ به نرخ بهره وام وابسته نیست و به عبارت

طرف راست $(1+r)L - C$ بر حسب نرخ بهره وام r صعودی است. فرض می کنیم

که r^* نرخ بهره ای باشد که در آن نرخ بازده انتظاری متناسب گیرنده از سرمایه گذاری در

هر دو پروژه مساوی باشند، داریم:

$$\frac{P_a R_a - P_b R_b}{P_a - P_b} = (1+r^*)L - C$$

پس در نرخ بهره r^* سود انتظار می‌رود پروژه مسافری است. اما اگر نرخ بهره r کمتر از r^* باشد،
 قرض گیرنده در پروژه A سرمایه‌گذاری می‌کند: $r < r^* \Rightarrow$ ترجیح پروژه A

پس اگر نرخ بهره r بزرگتر از r^* باشد، قرض گیرنده در پروژه B سرمایه‌گذاری می‌کند:

یعنی: بازآوری ریسک پروژه B بیشتر است
 $r > r^* \Rightarrow$ ترجیح پروژه B

اما سود انتظاری قرض دهنده؟
 ۱- در حالت اول یعنی اگر $r < r^*$ باشد، سود انتظاری قرض دهنده عبارت است از:

مجموع سود وام و سود منافع وثیقه
$$P_a(1+r)L + (1-P_a)C$$

۲- در حالت دوم یعنی اگر $r > r^*$ باشد، سود انتظاری قرض دهنده عبارت است از:

$$P_b(1+r)L + (1-P_b)C$$

بنابراین سود قرض دهنده در مقایسه پروژه‌های A و B به صورت زیر خواهد بود:

$$P_a(1+r^*)L + (1-P_a)C > P_b(1+r^*)L + (1-P_b)C \quad (10-36)$$

دلیل صحت این نامعادله:

$$P_a L + P_a r^* L - P_a C + C$$

سمت چپ رابطه فوق برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_a \cdot \frac{P_a R_a - P_b R_b}{P_a - P_b} + C \\ P_b \cdot \frac{P_a R_a - P_b R_b}{P_a - P_b} + C \end{array} \right.$$

دلیل این جاگزینی به شرح زیر است:

بنا بر رابطه با رابطه $(1+r^*)L - C = \frac{P_a R_a - P_b R_b}{P_a - P_b}$ داریم:

$$P_a [(1+r^*)L - C] = P_a \cdot \frac{P_a R_a - P_b R_b}{P_a - P_b}$$

$$P_a L + P_a r^* L - P_a C = P_a \frac{P_a R_a - P_b R_b}{P_a - P_b}$$

پس روشن است که سمت چپ نامعالم (۳۹-۱۰) از سمت راست آن بزرگتر است.
و بنا بر این وقتی ترح و ام ۲ بزرگتر از ۲ باشد، سود فرض دهنده گامش خواهد یافت
سود فرض دهنده بر حسب ترح و ام ۲ یکنواخت (منزوتونیک) نیست.

توضیحات در مورد منوتونیک نبودن سود وام دهنده بر حسب نرخ بهره وام در مدل والش

در مدل والش، رابطه بین نرخ بهره وام (r) و سود وام دهنده (π) پیچیده تر از آن است که به نظر می رسد. برخلاف شهود اولیه، همیشه با افزایش نرخ بهره وام، سود وام دهنده نیز افزایش نمی یابد. در واقع، در شرایطی که نرخ سود از نرخ سود مورد انتظار (r^*) فراتر رود، سود وام دهنده می تواند **کاهش** یابد.

دلایل این پدیده:

• **تأثیر نرخ بهره وام بر سود پروژه ها:** وام گیرندگان دو نوع پروژه را با احتمال موفقیت مختلف و نرخ

بازده متفاوت در نظر می گیرند:

○ **پروژه A:** احتمال موفقیت بالا (p_a) و نرخ بازده بسیار بالا (R_a).

○ **پروژه B:** احتمال موفقیت پایین تر (p_b) و نرخ بازده متوسط (r).

هنگامی که نرخ سود (r) کمتر از نرخ سود مورد انتظار (r^*) برای هر دو پروژه باشد، وام دهنده ترجیح می دهد به وام گیرنده **A** وام دهد زیرا بازده مورد انتظار ($p_a * R_a$) بیشتر است.

• **کاهش سود وام دهنده از پروژه A** وقتی $r^* < r$ باشد، زیرا با افزایش نرخ سود (r) فراتر از r^* شرایط برای

وام گیرنده **A** تغییر می کند:

○ **کاهش سود خالص:** حتی با وجود نرخ بازده بالا (R_a)، وام گیرنده باید به دلیل نرخ سود بالا (r)

قسمت قابل توجهی از وام (L) را بازپرداخت کند. این امر **سود مورد انتظار وام دهنده** از وام

گیرنده $[p_a * (R_a - rL)]$ پروژه **A** را **کاهش** می دهد.

• **جذابیت بیشتر وام گیرنده B:** در مقابل، وام گیرنده **B** با نرخ بازده مورد انتظار پایین تر ($p_b * R_b$) ممکن

است در نرخ های بهره بالاتر ($r > r^*$) برای وام دهنده **جذاب تر** شود، به دلایل زیر:

○ **تأثیر کمتر نرخ بهره بالا:** مبلغ وام کمتری که به دلیل احتمال موفقیت پایین تر (p_b) بازیافت می

شود، کمتر تحت تأثیر نرخ سود بالا (r) قرار می گیرد.

○ **سود قابل اعتمادتر:** با وجود نرخ بازده پایین تر، وام گیرنده **B** ممکن است در مقایسه با وام

گیرنده **A**، **جریان سود قابل اعتمادتری** برای وام دهنده در نرخ های سود بالا ارائه دهد.

تأثیر بر سود وام دهنده:

بنابراین، با افزایش نرخ سود (r) فراتر از r^* سود مورد انتظار وام دهنده از وام گیرنده **A** (احتمال موفقیت بالا، نرخ

بازده بالا) به دلیل **بار بالای بازپرداخت** برای وام گیرندگان می تواند **کاهش** یابد. در همین حال، وام گیرنده **B**

(احتمال موفقیت پایین تر، نرخ بازده پایین تر) ممکن است **با وجود نرخ بازده پایین تر** به دلیل **قابلیت اطمینان**

بیشتر سود، به گزینه جذاب تری تبدیل شود.

جیره بندی اعتباری:

این شرایط می تواند منجر به **جیره بندی اعتباری** شود. وام دهنده ممکن است در صورت بالا بودن نرخ سود (r) $<< r$ *) از وام دادن به هر وام گیرنده ای **خودداری** کند. دلیل آن این است که پروژه های هر دو وام گیرنده به دلیل **بار بالای بازپرداخت** ناشی از نرخ های سود بالا، برای وام دهنده **کمتر سود آور** می شوند. وام دهنده ممکن است ترجیح دهد پول خود را نگه دارد تا اینکه با نرخ هایی که سود کافی ارائه نمی دهند وام دهد.

نکات کلیدی:

- سود وام دهنده همیشه با افزایش نرخ سود افزایش نمی یابد.
- نرخ های سود بالا می تواند پروژه های با نرخ بازده بالا را به دلیل **بار بالای بازپرداخت** برای وام گیرندگان، برای وام دهندگان **کمتر جذاب** کند.
- این می تواند منجر به **جیره بندی اعتباری** شود که در آن وام دهندگان در نرخ های سود بسیار بالا تمایل کمتری به وام دادن دارند.

مثالی برای درک بهتر:

فرض کنید وام دهنده ای دو وام گیرنده دارد:

- **وام گیرنده A:** خواهان وام ۱۰۰۰۰۰ دلار برای پروژه ای با احتمال موفقیت ۸۰٪ و نرخ بازده ۲۰٪ است.
- **وام گیرنده B:** خواهان وام ۵۰۰۰۰ دلار برای پروژه ای با احتمال موفقیت ۵۰٪ و نرخ بازده ۱۰٪ است.

مورد ۱: نرخ سود پایین ($r = 5\%$)

• وام گیرنده A:

○ سود مورد انتظار ($0.8 * 200000$): دلار) + ($0.2 * 0$) دلار) = ۱۶۰۰۰۰ دلار

○ سود وام دهنده ۱۶۰۰۰۰ دلار - ($5\% * 100000$ دلار) = ۱۱۰۰۰۰ دلار

• وام گیرنده B:

○ سود مورد انتظار ($0.5 * 100000$): دلار) + ($0.5 * 0$) دلار) = ۵۰۰۰۰ دلار

○ سود وام دهنده ۵۰۰۰۰ دلار - ($5\% * 50000$ دلار) = ۴۲۵۰۰ دلار

در این حالت، که نرخ سود (r) پایین (۵٪) است، وام دهنده به دلیل سود مورد انتظار بیشتر (۱۱۰۰۰۰ دلار در مقابل ۴۲۵۰۰ دلار) ترجیح می دهد به وام گیرنده A وام دهد.

مورد ۲: نرخ سود بالا ($r = 15\%$)

• وام گیرنده A:

○ سود مورد انتظار $(0.8 * 200000)$: دلار) + $(0 * 0.2)$ دلار) = ۱۶۰۰۰۰ دلار

○ سود وام دهنده: ۱۶۰۰۰۰ دلار - $(15\% * 100000)$ دلار) = ۶۵۰۰۰ دلار

• وام گیرنده: B

○ سود مورد انتظار $(0.5 * 100000)$: دلار) + $(0 * 0.5)$ دلار) = ۵۰۰۰۰ دلار

○ سود وام دهنده ۵۰۰۰۰ دلار - $(15\% * 50000)$ دلار) = ۳۷۵۰۰ دلار

با افزایش نرخ سود r به ۱۵٪، سود وام دهنده از وام گیرنده A به دلیل بار بالای بهره (۱۱۰۰۰۰ دلار به ۶۵۰۰۰ دلار) به طور قابل توجهی کاهش می یابد. در همین حال، سود وام دهنده از وام گیرنده B نسبتاً ثابت می ماند (۴۲۵۰۰ دلار به ۳۷۵۰۰ دلار).

مشاهده ها:

- در این مثال، سود وام دهنده از وام گیرنده A با افزایش نرخ سود بالاتر از r^* کاهش می یابد.
- سود وام دهنده از وام گیرنده B کمتر تحت تأثیر نرخ های سود بالاتر قرار می گیرد.
- این عدم تناسب یکنواخت بین سود وام دهنده و نرخ های سود را نشان می دهد.

نتیجه:

عدم تناسب یکنواخت بین سود وام دهنده و نرخ های سود از تعامل بین سودآوری پروژه و بار نرخ سود ناشی می شود. با افزایش نرخ های سود، بار بالای بهره می تواند از سود بالقوه پروژه های با بازده بالا پیشی بگیرد و منجر به کاهش سود وام دهنده شود. این پدیده می تواند به جیره بندی اعتباری کمک کند، جایی که وام دهندگان در نرخ های سود بالا تمایل کمتری به وام دادن دارند.

نکات اضافی:

- مقادیر خاص استفاده شده در این مثال برای اهداف توضیحی است و می تواند بسته به ویژگی های واقعی پروژه و سطوح نرخ سود متفاوت باشد.
- مفهوم سود غیر یکنواخت و جیره بندی اعتباری در مدل های اقتصادی مختلف مرتبط است و می تواند پیامدهایی برای بازارهای مالی و تخصیص اعتبار داشته باشد.